

Popunjava student		Popunjava nastavnik						
Br. indeksa godina/broj	Prezime i ime	1	2	3	4	5	6	Σ

**Napomena:** Kolokvijum traje 120 minuta. Prvih 60 minuta nije dozvoljen izlazak iz sale. Upotreba grafitne olovke, kalkulatora i fakultetske vežbanke je dozvoljena.

Rešenja zadataka napisati **čitko** na unutrašnjoj strani dvolisnice. Rezultate upisati **čitko** u predviđena, označena polja. Broj poena koji nosi svako označeno polje dat je u uglastim zagradama.

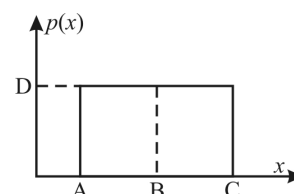
Dežurnom nastavniku **predati samo dvolisnicu sa zadacima**.

1. Iskazati najbolju procenu tačne vrednosti mernih rezultata prikazanih u tabeli.

	Rezultat merenja $x$	Proširena kombinovana merna nesigurnost $U_c$	Broj značajnih cifara nesigurnosti $U_c$	Najbolja procena tačne vrednosti $(x \pm U_c)$ [ ]
[1]	786,5 kg/m <sup>3</sup>	52,41 kg/m <sup>3</sup>	2	$(786 \pm 52)$ kg/m <sup>3</sup>
[1]	304,21 g	9,62 g	1	$(300 \pm 10)$ g
[1]	0,975 mm	0,043 mm	1	$(9,8 \pm 0,5) \cdot 10^{-1}$ mm
[1]	9,806 m/s <sup>2</sup>	0,568 m/s <sup>2</sup>	2	$(9,81 \pm 0,57)$ m/s <sup>2</sup>
[1]	$2,06 \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>	$1,325 \cdot 10^{10}$ N/m <sup>2</sup>	1	$(2,1 \pm 0,2) \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>

2. Pri merenju mase elektronskom vagom rezolucije 1 kg izmerena je vrednost od 59 kg. Ako se za mernu nesigurnost instrumenta usvoji uniformna raspodela, odrediti:

- brojne vrednosti u tačkama A, B, C i D na prikazanom grafiku,
- standardnu mernu nesigurnost  $u_B$  i proširenu mernu nesigurnost  $U_B$  elektronske vage,
- najbolju procenu tačne vrednosti izmerene vrednosti mase  $(x \pm U)$ ,
- verovatnoću  $P$  da se izmerena vrednost nalazi u intervalu od 58,7 kg do 58,9 kg.



[0,5]	[0,5]	[0,5]	[0,5]	[0,5]	[0,5]
A = 58,5 kg	B = 59 kg	C = 59,5 kg	D = 1 kg <sup>-1</sup>	$u_B = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ kg	$U_B = 0,5$ kg
[1]	[1]				
$(x \pm U) = (59,0 \pm 0,5)$ kg	$P$ (%) = 20%				

3. Gustina tela ( $\rho$ ) oblika kvadra određuje se na bazi merenja mase tela ( $m$ ) i dimenzija tela ( $x$ ,  $y$  i  $z$ ). Standardna nesigurnost merenja mase je  $u_m$ , a standardne nesigurnosti merenja svih dimenzija tela su  $u_d$ . Izvesti izraz za relativnu standardnu kombinovanu mernu nesigurnost merenja gustine tela  $u_\rho/\rho$ . Smatrati da su merenja mase i dimenzija tela međusobno nekorelisane veličine i da merenja nisu ponavljana.

[1]	[0,5]	[0,5]	[0,5]	[0,5]
$\rho = \frac{m}{xyz}$	$\frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{1}{xyz}$	$\frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{m}{x^2 yz}$	$\frac{\partial \rho}{\partial y} = -\frac{m}{xy^2 z}$	$\frac{\partial \rho}{\partial z} = -\frac{m}{xyz^2}$
[1]	[1]			
$u_\rho = \frac{m}{xyz} \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) \cdot u_d^2}$	$u_\rho/\rho = \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) \cdot u_d^2}$			

4. Pri eksperimentu određivanja gustine supstance u zrnastom obliku pomoću piknometra izmereni su sledeći podaci: masa supstance u zrnastom obliku  $m_1 = 102,6$  g, ukupna masa piknometra napunjenog vodom do vrha i supstance u zrnastom obliku  $m_2 = 127,1$  g, masa piknometra u koji je stavljena zrnasta supstanca i koji je potom dopunjen vodom do vrha  $m_3 = 117,4$  g. Gustina vode je  $\rho_0 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>. Koliko iznosi gustina zrnaste supstance? Rezolucija elektronske vage je 0,1 g. Za mernu nesigurnost tip B elektronske vage usvojiti uniformnu raspodelu. Sve nesigurnosti izmerenih masa su jednake i međusobno nekorelisane. Nesigurnost gustine vode se zanemaruje. Za proširenu kombinovanu mernu nesigurnost usvojiti Gausovu raspodelu na intervalu statističke sigurnosti 95%. Proširenu mernu nesigurnost zaokružiti na jednu značajnu cifru.

[0,5] $\rho_x = \rho_0 \frac{m_1}{m_2 - m_3}$ (izraz)	[0,5] $\rho_x = 10577$ kg/m <sup>3</sup> (celobrojna vrednost)	[0,5] $\frac{\partial \rho_x}{\partial m_1} = \rho_0 \frac{1}{m_2 - m_3}$	[0,5] $\frac{\partial \rho_x}{\partial m_2} = -\rho_0 \frac{m_1}{(m_2 - m_3)^2}$	[0,5] $\frac{\partial \rho_x}{\partial m_3} = \rho_0 \frac{m_1}{(m_2 - m_3)^2}$
[1] $u_{\rho B} = \frac{\rho_0 u_m}{m_2 - m_3} \sqrt{1 + 2 \left( \frac{m_1}{m_2 - m_3} \right)^2}$ (izraz)	[0,5] $u_{\rho B} = 45$ kg/m <sup>3</sup> (celobrojna vrednost)	[0,5] $U_{\rho C} = 90$ kg/m <sup>3</sup> (zaokružena vrednost)	[0,5] $(\rho_x \pm U_{\rho C}) [ ] = (10580 \pm 90)$ kg/m <sup>3</sup>	

5. Žica početne dužine  $l = 361,00$  cm i prečnika  $d = 0,97$  mm opterećena je tegom mase  $m = 4$  kg. Izmereno apsolutno istezanje pri datom opterećenju iznosi 0,96 mm. Rezolucija instrumenta za merenje dužine žice i apsolutnog istezanja žice je 0,02 mm, a rezolucija instrumenta za merenje prečnika žice je 0,01 mm. Sve nesigurnosti izmerenih veličina ( $u_l$  i  $u_d$ ) su međusobno nekorelisane i za sve se usvaja uniformna raspodela. Izračunati modul elastičnosti žice (za  $\pi = 3,14$ ) i rezultat izraziti u obliku  $E_Y \pm U_{E_Y}$ . Za proširenu kombinovanu mernu nesigurnost usvojiti Gausovu raspodelu na intervalu statističke sigurnosti 99,7%. Proširenu mernu nesigurnost zaokružiti na jednu značajnu cifru. Gravitaciono ubrzanje zemljine teže je  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>.

[0,5] $E_Y = \frac{4mg}{\pi d^2} \cdot \frac{l}{\Delta l}$ (izraz)	[0,5] $E_Y = 2,00 \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup> (brojna vrednost u naučnoj notaciji na 2 decimale)	[2,5] $u_{E_Y} = E_Y \sqrt{\left( \frac{u_l}{l} \right)^2 + \left( \frac{u_l}{\Delta l} \right)^2 + \left( 2 \frac{u_d}{d} \right)^2}$ (izraz)	[0,5] $u_{E_Y} = 1,69 \cdot 10^9$ N/m <sup>2</sup> (brojna vrednost u naučnoj notaciji na 2 decimale)
	[0,5] $U_{E_Y} = 5 \cdot 10^9$ N/m <sup>2</sup> (zaokružena vrednost na jednu značajnu cifru)	[0,5] $(E_Y \pm U_{E_Y}) [ ] = (2,00 \pm 0,05) \cdot 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>	

6. Pri merenju gravitacionog ubrzanja pomoću matematičkog klatna izmeren je period oscilovanja  $T$  za više različitih dužina klatna  $l$ . Koeficijent pravca optimalne prave dobijen na osnovu eksperimentalnog postupka iznosi  $a = 3,996$  s<sup>2</sup>/m.

- a) Koliko iznosi izmerena vrednost gravitacionog ubrzanja  $g_M$  (za  $\pi=3,14$ )? Rezultat zaokružiti na tri decimale.  
b) Ako je uslovno tačna vrednost gravitacionog ubrzanja za Beograd  $g_{BG} = 9,806$  m/s<sup>2</sup>, koliko iznosi relativna greška merenja  $\varepsilon_r$ . Relativnu grešku izraziti u procentima i zaokružiti na jednu decimalu.  
c) Ako je jedan par rezultata merenja (65 cm, 1,63 s), da li se tom paru odgovarajuća tačka A nalazi iznad ili ispod optimalne prave?

[1] $g_M = \frac{4\pi^2}{a}$ (izraz)	[1] $g_M = 9,869$ m/s <sup>2</sup> (zaokružena vrednost)	[1] $\varepsilon_r = \frac{g_M - g_{BG}}{g_{BG}}$ (izraz)	[1] $\varepsilon_r [ \% ] = 0,6\%$ (zaokružena vrednost)	[1] A: Iznad optimalne prave.
--------------------------------------------	----------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------	----------------------------------